

**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA**

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”**

ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015

CLASA A X-A

PROFIL UMAN, ȘTIINȚE SOCIALE

1. Arătați că expresia $E(x, y) = \left(\frac{x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}}{x \cdot y^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}} \cdot y} + \frac{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}{x \cdot y^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}} \cdot y} \right) \cdot \frac{(x^3 \cdot y)^{\frac{1}{2}}}{x + y} + \frac{2y}{y - x}$ este constantă
 $\forall x, y > 0, x \neq y$.

2. Dacă $\log_{72} 48 = a$ și $\log_6 24 = b$ arătați că $a \cdot (b + 3) - 3 \cdot b + 1 = 0$

3. Se consideră $x \in (0, +\infty) - \{1\}$. Arătați că expresia

$$A = \frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \cdot \log_x 8} + \dots + \frac{1}{\log_x 2^{n-1} \cdot \log_x 2^n} - \frac{n-1}{n} \cdot \log_2^2 x$$
 nu depinde de x .

4. Considerăm numărul real $a = \sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} + \sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}}$.

a) Arătați că $a^3 = 14 - 3a$.

b) Arătați că $a^3 + 3a - 14 = (a - 2)(a^2 + 2a + 7)$.

c) Demonstrați că $a \in \mathbb{Z}$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.

Timp de lucru trei ore.

Subiectele au fost propuse de *prof. Giurca Mihaela, Taralunga Iuliana, Teodorescu Madalina*

Succes!